Un conjunto de letras blancas en un fondo blanco

Descripción generada automáticamente con confianza mediaForma, Círculo

Descripción generada automáticamenteUNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PANAMÁ

FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS COMPUTACIONALES

**Taller 3 Transformada Z**

Matemáticas superiores para ingeniería

Grupo 10:

Karen Cabrera 20-14-5403

Derek Stanziola 8-979-391

Javier Castillo 8-977-1196

Michael Solis 8-958-1219

Elionays Rosas 9-756-2182

PROFESOR:

Martin Peralta.

Panamá

2023

**Fecha entrega: viernes 10 de marzo de 2023.**

Responda las siguientes interrogantes y coloque los ejemplos en donde se les solicita.

1. **Definición y notación de Transformada 𝒵**

La transformada Z, igual que otras transformaciones integrales, puede ser definida como una transformada unilateral o bilateral.

|  |
| --- |
| **Notación** |
| [Linealidad](https://es.wikipedia.org/wiki/Linealidad) |
| [Expansión en el tiempo](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Expansi%C3%B3n_en_el_tiempo&action=edit&redlink=1) |
| Desplazamiento en el tiempo |
| Escalamiento en el espacio Z |
| Inversión en el tiempo |
| [Conjugación compleja](https://es.wikipedia.org/wiki/Conjugaci%C3%B3n_compleja) |
| [Parte Real](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Parte_Real&action=edit&redlink=1) |
| [Parte Imaginaria](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Parte_Imaginaria&action=edit&redlink=1) |
| Diferenciación |
| [Correlación cruzada](https://es.wikipedia.org/wiki/Correlaci%C3%B3n_cruzada) |
| Primera diferencia |
| Acumulación |
| [Multiplicación](https://es.wikipedia.org/wiki/Multiplicaci%C3%B3n) |
| [Relación de Parseval](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Parseval) |

1. **Propiedades de la Transformada 𝒵**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Notación** | **Dominio del tiempo** | **Espacio Z** |
| [Linealidad](https://es.wikipedia.org/wiki/Linealidad) |  |  |
| [Expansión en el tiempo](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Expansi%C3%B3n_en_el_tiempo&action=edit&redlink=1) |  |  |
| Desplazamiento en el tiempo |  |  |
| Escalamiento en el espacio Z |  |  |
| Inversión en el tiempo |  |  |
| [Conjugación compleja](https://es.wikipedia.org/wiki/Conjugaci%C3%B3n_compleja) |  |  |
| [Parte Real](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Parte_Real&action=edit&redlink=1) |  |  |
| [Parte Imaginaria](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Parte_Imaginaria&action=edit&redlink=1) |  |  |
| Diferenciación |  |  |
| [Convolución](https://es.wikipedia.org/wiki/Convoluci%C3%B3n) |  |  |
| [Correlación cruzada](https://es.wikipedia.org/wiki/Correlaci%C3%B3n_cruzada) |  |  |
| Primera diferencia |  |  |
| Acumulación |  |  |
| [Multiplicación](https://es.wikipedia.org/wiki/Multiplicaci%C3%B3n) |  |  |
| [Relación de Parseval](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Parseval) |  |  |

1. **¿Qué es tiempo continuo y tiempo discreto?**

**En el caso del tiempo continuo**, si una variable depende del tiempo, el valor de ésta corresponderá al valor instantáneo que alcanza la magnitud que ella representa.

**En tiempo discreto**, tal variable en un momento recoge esa misma magnitud durante un intervalo cuya amplitud será previamente especificada.

1. **¿Cómo saber si un sistema discreto es estable?**

Un sistema Discreto es estable si, este es sometido a una señal de entrada de amplitud limitada, la cual responde con una señal de salida también limitada.

1. **¿Cuándo un sistema discreto es lineal?**

Diagrama

Descripción generada automáticamente

El género de sistemas lineales es definido por el principio de superposición. Siendo e las respuestas de un sistema donde y son las respectivas entradas.

y[n] = T{x[n]}

El sistema es lineal únicamente si se cumplen las siguientes propiedades.

**1.Propiedad de adición**

=

**2. propiedad de homogeneidad**

**3. combinadas con el principio de superposición.**

1. **¿Qué es un sistema discreto de primer orden? Presente dos ejemplos**

Se denominan sistemas de primer orden a aquellos en los que en la ecuación general aparece solamente la derivada primera del lado izquierdo (el de la variable de estado). O sea que se reducen al formato siguiente:

donde k se denomina ganancia del proceso y τ es la constante de tiempo del sistema. En general encontraremos que la ecuación está escrita en función de las variables “desviación” respecto al valor de estado estacionario. Por lo tanto en general y(0) = 0 , u(0) = 0 . Tomando transformadas de Laplace

**Sistema de primer Orden**

Gráfico

Descripción generada automáticamente con confianza bajaGráfico

Descripción generada automáticamente

**Presente dos ejemplos**

un tanque completamente agitado que recibe un caudal v y se le extrae el mismo caudal:

Imagen que contiene objeto, reloj

Descripción generada automáticamente

Del balance de materia

Como V es constante porque entra y sale el mismo caudal

Estado estacionario:

Que es de la forma:

Donde ,

**EJEMPLO 2**

consideremos un tanque de V = 5 con v = 1 m3 /min, concentración en estado estacionario 1.25 mol/m3 . Considerar un cambio en la concentración de entrada desde 1.25 mol/ a 1.75 mol/

Dominio del tiempo:

Siendo y la variable reducida por lo que la concentración en el tanque será

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Conociendo la respuesta de una función de primer orden a un escalón en la entrada se pueden estimar los parámetros de la función de transferencia del proceso

Estimación de la ganancia:

o

Estimación de la constante de tiempo: Identificando el valor de tiempo en el cual la respuesta vale 0.632 del valor final:

Gráfico, Histograma

Descripción generada automáticamente

1. **¿Cómo graficar en tiempo discreto?**

* Las señales discretas se representan con una secuencia de números denominados muestras.
* Una muestra de una señal o secuencia se denota por x[n] siendo n entero en el intervalo -
* x[n] está definida únicamente para valores enteros de n.
* Una señal en tiempo discreto se representa como {x[n]}
* Las señales discretas se pueden representar como una secuencia de números entre paréntesis.
* La flecha ↑indica la muestra con índice n=0

La representación gráfica de una secuencia discreta es la siguiente:

Gráfico, Histograma

Descripción generada automáticamente

En muchas aplicaciones la secuencia discreta se obtiene muestreando una señal continua intervalos de tiempo regulares:

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

1. **¿Qué es un sistema discreto de segundo orden?**

Un sistema discreto de segundo orden se refiere a un tipo de sistema dinámico discreto cuyo comportamiento puede ser modelado mediante una ecuación en diferencias de segundo orden.

Un sistema discreto se caracteriza por tener una entrada, una salida y un conjunto de variables internas que evolucionan en el tiempo de manera discreta, es decir, en momentos discretos del tiempo.

Un sistema discreto de segundo orden se caracteriza por tener dos polos complejos conjugados en el plano z, que son las raíces de la ecuación característica de segundo orden del sistema. Los polos determinan las características dinámicas del sistema, como la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento y la respuesta transitoria.

La ecuación en diferencias de segundo orden que describe un sistema discreto de segundo orden general tiene la forma:

donde y[n] es la salida del sistema en el instante de tiempo discreto n, x[n] es la entrada del sistema en el instante de tiempo discreto n, y ω es la frecuencia natural del sistema. Los coeficientes b0, b1 y b2 determinan la respuesta del sistema a la entrada.

Los sistemas discretos de segundo orden son comunes en aplicaciones de procesamiento de señales digitales y control digital. Ejemplos de sistemas discretos de segundo orden incluyen filtros digitales, osciladores digitales, controladores PID (proporcional, integral y derivativo) discretos, y sistemas de segundo orden en general que han sido discretizados mediante el uso de técnicas de muestreo y transformada Z.

En la teoría de la transformada Z, un sistema discreto de segundo orden se puede describir mediante una función de transferencia de la forma:

donde los coeficientes b0, b1 y b2 representan los términos de entrada, y los coeficientes a1 y a2 representan los términos de salida del sistema.

La función de transferencia anterior se puede simplificar en la forma:

donde K es la ganancia, ξ es el factor de amortiguamiento y ωn es la frecuencia natural del sistema. Estos parámetros se pueden calcular a partir de los coeficientes de la función de transferencia.

El factor de amortiguamiento ξ indica la cantidad de oscilación amortiguada en el sistema y puede variar de 0 a 1. Si ξ = 1, el sistema está sobreamortiguado y no hay oscilación. Si 0 < ξ < 1, el sistema está amortiguado y oscila con una frecuencia reducida. Si ξ = 0, el sistema está críticamente amortiguado y oscila con la frecuencia natural.

Un ejemplo común de sistema discreto de segundo orden en la teoría de la transformada Z es un filtro de segundo orden Butterworth. Este es un tipo de filtro digital que se utiliza para suavizar señales en el dominio del tiempo discreto. La función de transferencia del filtro de segundo orden Butterworth se puede expresar en la forma mencionada anteriormente.

Otro ejemplo de sistema discreto de segundo orden en la teoría de la transformada Z es un controlador proporcional-integral-derivativo (PID) de segundo orden. Un sistema de control PID de segundo orden se puede describir mediante la función de transferencia mencionada anteriormente, donde K es la ganancia del controlador, ξ es el factor de amortiguamiento y ωn es la frecuencia natural del sistema.

1. **¿Qué es el lugar de las raíces en sistemas discretos?**

El lugar de las raíces en sistemas discretos es una técnica para analizar y diseñar sistemas dinámicos discretos mediante la visualización de las raíces de la función de transferencia del sistema en el plano z.

Al igual que en el caso de sistemas continuos, la función de transferencia de un sistema discreto se puede expresar en términos de su polinomio característico, y las raíces de este polinomio son importantes para determinar el comportamiento dinámico del sistema. El lugar de las raíces en sistemas discretos se refiere al conjunto de valores de z en el plano complejo donde las raíces del polinomio característico pueden estar.

La técnica del lugar de las raíces se basa en la observación de cómo las raíces de la función de transferencia del sistema cambian a medida que se varían los parámetros del sistema, como los coeficientes del polinomio característico o las frecuencias de corte de los filtros. El lugar de las raíces se puede visualizar en el plano z mediante técnicas gráficas, como trazar líneas rectas y círculos en el plano z para determinar las regiones donde se encuentran las raíces del sistema.

La visualización del lugar de las raíces permite analizar y diseñar el sistema para cumplir ciertas especificaciones, como la estabilidad, el margen de fase y la frecuencia natural del sistema. Por ejemplo, si se desea que un sistema discreto sea estable, se deben ubicar las raíces del polinomio característico en la región interior al círculo de radio unidad en el plano z.

En resumen, el lugar de las raíces en sistemas discretos es una técnica importante en la teoría de la transformada Z para analizar y diseñar sistemas dinámicos discretos y se utiliza comúnmente en aplicaciones de control, procesamiento de señales y comunicaciones digitales.

1. **¿Qué es un sistema de tercer orden? Presente dos ejemplos**

En la teoría de la transformada Z, un sistema discreto de tercer orden se puede describir mediante una función de transferencia de la forma:

donde los coeficientes b0, b1, b2, y b3 representan los términos de entrada, y los coeficientes a1, a2, y a3 representan los términos de salida del sistema.

**Dos ejemplos de sistemas discretos de tercer orden en la teoría de la transformada Z son:**

**Filtro de tercer orden Butterworth:** Este es un tipo de filtro digital que se utiliza para suavizar señales en el dominio del tiempo discreto. El filtro de tercer orden Butterworth tiene una respuesta de amplitud plana en la banda pasante y una caída suave de la respuesta de amplitud en la banda de paro. La función de transferencia del filtro de tercer orden Butterworth se puede expresar como:

donde los coeficientes b0, b1, b2 y b3 dependen del tipo de filtro Butterworth y los coeficientes a1, a2 y a3 son iguales para todos los filtros Butterworth de tercer orden.

**Sistema de control PID de tercer orden:** Un sistema de control proporcional-integral-derivativo (PID) es un tipo común de sistema de control de retroalimentación que se utiliza para controlar el comportamiento dinámico de un proceso. Un sistema de control PID de tercer orden se puede describir mediante la función de transferencia:

donde Kp, Ki y Kd son los coeficientes de ganancia proporcional, integral y derivativa, respectivamente, y los coeficientes a1, a2 y a3 representan los términos de salida del sistema.

Estos son solo dos ejemplos de sistemas discretos de tercer orden en la teoría de la transformada Z, y hay muchos otros sistemas en los cuales se puede aplicar esta técnica de análisis.

1. **¿Qué es la transformada de la Z?**

La transformada Z es una herramienta matemática utilizada para representar una función discreta como una serie de potencias de la variable compleja Z, donde Z toma valores de la forma Z = x + iy, con i como la unidad imaginaria. En otras palabras, la transformada Z convierte una secuencia discreta de números en una función compleja de una variable compleja.

La transformada Z es una herramienta fundamental para el análisis y la resolución de problemas relacionados con la teoría de las funciones de variable compleja y la teoría de las series generatrices. También se utiliza en la teoría de los sistemas lineales y en la teoría de la aproximación de funciones.

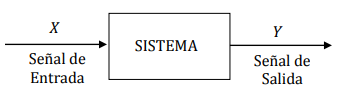
1. **¿Dónde se aplica la transformada Z en la vida real?**

Cuando se habla de las aplicaciones de la transformada Z en la vida real, se destaca su uso en la Ingeniería, ya que la mayoría de las señales que se digitalizan son de tipo discreto. Es precisamente para este tipo de señales que se define la Transformada Z, a diferencia de la Transformada de Laplace, que se define para señales continuas que pueden ser consideradas como una idealización de las señales reales. En resumen, la Transformada Z es esencial en cualquier sistema digital y se utiliza ampliamente en campos como el procesamiento de señales, la teoría de control, la teoría de sistemas y la teoría de la comunicación.

Partiendo de esto podemos concluir en que la transformada Z es una parte fundamental de cualquier sistema; sabemos que:

Un sistema es un elemento que se activa a través de una señal de entrada o control, lo que provoca una respuesta que se traduce en una señal de salida. Tanto la señal de entrada como la señal de salida son funciones matemáticas que pueden depender de una o varias variables. En general, el análisis y diseño de sistemas se basa en el estudio de las características de estas señales de entrada y salida.

El modelo de un sistema para analizar y diseñar el comportamiento causa-efecto se puede representar por el siguiente esquema:



Este modelo o esquema se aplica a todas las áreas de la ingeniería, como la electricidad, la mecánica, las comunicaciones, la astronáutica, la aeronáutica, la naval, el control de procesos químicos y la construcción, entre otras. Las señales y los sistemas que las manejan se pueden clasificar en dos tipos: señales analógicas, que son señales continuas en el tiempo y sistemas que operan con ellas, y señales digitales, que son señales discretas en el tiempo y sistemas que operan con ellas. Este modelo es fundamental en la ingeniería y se utiliza para el análisis y diseño de sistemas en todas las áreas.

Para las señales que cambian continuamente en el tiempo, se utilizan las Transformadas de Laplace o la Transformada de Fourier. En cambio, para las señales que cambian en intervalos discretos de tiempo, se usan la Transformada Zeta o la transformada de Fourier Discreta, que se basa en la Serie de Fourier Exponencial. La variable discreta es comúnmente utilizada debido a que permite el procesamiento y almacenamiento de información en computadoras digitales. Para esto, la información se reduce a códigos binarios.

La Transformada Z es un modelo ampliamente utilizado en el estudio de sistemas digitales, incluyendo la investigación de procesamiento de señales digitales, circuitos digitales, sistemas de radar y las telecomunicaciones. La popularización de las computadoras digitales, que son rápidas y económicas, ha reavivado el interés en el análisis y diseño de sistemas digitales, los cuales son una categoría significativa de sistemas en la ingeniería.

1. **¿Qué tipo de señales se le aplica la transformada Z?**

Comúnmente se le aplican señales discretas, que son señales que se representan por una secuencia discreta de números en el dominio del tiempo.

1. **¿Qué caracteriza a la transformada Z de una secuencia?**

La Transformada Z de una secuencia se caracteriza por su región de convergencia que es una región en el plano complejo donde la Transformada Z converge absolutamente. La región de convergencia es importante porque define el conjunto de valores de Z para los cuales la Transformada Z es finita y bien definida.

1. **¿Qué 2 tipos de transformadas existen?**

Existen principalmente dos tipos de transformadas: la transformada de Fourier y la transformada Z.

**La transformada de Fourier** se utiliza para analizar señales continuas en el dominio del tiempo, y se define en términos de la serie de Fourier. La transformada de Fourier convierte una señal continua en el dominio del tiempo a una función continua en el dominio de la frecuencia, representada en el plano complejo.

**La transformada Z** se utiliza para analizar señales discretas en el dominio del tiempo, y se define en términos de la serie de Laurent. La transformada Z convierte una señal discreta en el dominio del tiempo a una función compleja en el plano complejo.